Über das kosmologische Problem der Relativitätstheorie.

Von **G. Maneff.**

(Eingegangen am 21. Januar 1932.)

Die Zulassung von kugelsymmetrischen Bewegungen liefert in Verbindung mit den Gleichungen der allgemeinen Relativitätstheorie einen zentrifugalen Druck, der statt des ad hoc in dieselbe eingeführten λ-Gliedes die Stabilität des Systems sichert. Es wird schließlich eine Erklärung der Rot- und Violettverschiebungen bei den außer-galaktischen Systemen vorgeschlagen.

§ 1. Bekanntlich führt die von DE SITTER gegebene Lösung der Feldgleichungen

$$G_{\mu\nu} - \lambda g_{\mu\nu} = -\varkappa\left(T_{\mu\nu} - \tfrac{1}{2} g_{\mu\nu} T\right) \tag{1}$$

zum Verschwinden aller Komponenten der $T_{\mu\nu}$ oder

$$T_{\mu\nu} = 0, \tag{2}$$

während das Linienelement die Form:

$$d s^2 = -d r^2 - R^2 \sin^2 \frac{r}{R}\left(d\psi^2 + \sin^2\psi\, d\Theta^2\right) + c^2 \cos^2 \frac{r}{R}\, d t^2 \tag{3}$$

erhält, wobei r, ψ, Θ, t als Koordinaten aufzufassen sind. Der Ausdruck (2) zeigt, daß die DE SITTERsche Welt leer ist.

Legt man aber die gewöhnlichen Feldgleichungen zugrunde, d. h. (1), ohne das Zusatzglied „$-\lambda g_{\mu\nu}$“, so sind dann die gemischten Tensorkomponenten durch

$$\left.\begin{array}{cccc} -p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \varrho \end{array}\right\} \tag{4}$$

gegeben, wobei das Linienelement ds^2 dieselbe Form (3) beibehält. In diesem Falle ist eine Massendichte ϱ vorhanden, aber die Existenz des negativen Druckes $-p$ weist auf die Unstabilität des Systems hin. Aus der Vergleichung von (2) und (4) erhellt die Rolle des kosmologischen Gliedes λ: führt man das λ-Glied in die Feldgleichungen ein, so verschwindet die Massendichte ϱ gleichzeitig mit dem negativen Druck $-p$.

In seinen Einwänden gegen die Lösung von DE SITTER zeigt EINSTEIN[1]), daß diese in der Endlichen gelegenen Fläche $r = \frac{\pi}{2} R$ eine echte Singularität

[1]) A. EINSTEIN, Berl. Ber. 1918, S. 270.

aufweist, d. h. wir haben hier keine leere Welt, sondern eine solche, deren Materie ganz in der Fläche $r = \frac{\pi}{2} R$ konzentriert ist.

EINSTEIN leitet die obige Schlußfolgerung aus der Determinante g der (3) ab. Aber das Linienelement (3) gilt auch für die unstabile Lösung (4), die im Zusammenhang mit den üblichen, das λ-Glied nicht enthaltenden Gleichungen steht, d. h. die Schlußfolgerung bleibt ebenso für diesen Fall in Kraft, der auch eine andere Deutung zuläßt, wodurch der Sinn der auftretenden Flächenbelegung der Masse klar wird. Betrachten wir nun die Masse in einem statischen Felde mit dem Linienelement (3). Die Rolle der Masse[1]) vertritt hier der Faktor:

$$m' = \frac{m}{\sqrt{g_{44}}} = \frac{m}{\sqrt{1 - \alpha r^2}}. \tag{5}$$

Der Ausdruck (5) weist auf eine solche Verteilung der veränderlichen Masse hin, welche in reziprokem Verhältnis mit jener außerhalb einer Kugel steht. Diese allmähliche Abnahme der Massendichte von der Peripherie der geschlossenen Welt nach dem Mittelpunkt, also gemäß (5), liefert die Vorstellung, als ob die Gravitationswirkung dieser Masse ihren Ursprung auf der Fläche $r = \frac{\pi}{2} R$ der geschlossenen Welt habe. Und ebenso wie in der klassischen Mechanik, wo die Masse der gravitierenden Kugel als auf deren Mittelpunkt konzentriert gedacht werden kann, wenn der angezogene Körper im Außenfelde der Kugel gelegen ist, so läßt sich auch hier, d. h. bei der geschlossenen Welt, die abnehmende Massendichte innerhalb der Kugel als von einer fiktiven Flächenbelegung bedingt auffassen. Freilich ist eine derartige Vorstellung nur bei der unstabilen Lösung möglich, während sie bei der Welt von DE SITTER jeden Sinn verliert, da innerhalb derselben die Massen fehlen und also bleibt die EINSTEINsche Schlußfolgerung hinsichtlich der Existenz der Flächenbewegung der Masse streng gültig.

Beseitigen wir aber den negativen Druck in (4), und zwar nicht vermöge eines λ-Gliedes, das die Massendichte vernichten würde, auch nicht durch die Hypothese von einem POINCARÉschen Unterdruck[2]) sondern durch einen physikalischen Vorgang, welcher den beobachteten Tatsachen gerecht wird und dessen Rechtfertigung gerade in den Gleichungen der allgemeinen Relativitätstheorie zum Ausdruck kommt, so erhält das System stabiles Gleichgewicht und die Lösung ist vollkommen befriedigend.

[1]) M. v. LAUE, Die Relativitätstheorie **2**, 165, 1921.
[2]) A. EINSTEIN, Vier Vorlesungen über Relativitätstheorie 1922, S. 68.

§ 2. Eine ähnliche Lösung des kosmologischen Problems der Relativitätstheorie ergibt sich auch dann, wenn man von der SCHWARZSCHILDschen Lösung[1]) für das Gravitationsfeld innerhalb einer mit homogener Flüssigkeit gefüllten Kugel ausgeht. Durch Vertauschen der Veränderlichen

$$\sin\psi = \sqrt{\frac{\varkappa\varrho}{3}}\cdot r \tag{6}$$

nimmt das SCHWARZSCHILDsche Linienelement folgende Form an:

$$ds^2 = -\frac{dr^2}{1-\alpha r^2} - r^2(d\Theta^2 + \sin^2\Theta\, d\varphi^2) + \frac{c^2}{4}\left(3\sqrt{1-\alpha a^2} - \sqrt{1-\alpha r^2}\right)^2 dt^2. \tag{7}$$

Der dadurch transformierte Druck innerhalb einer solchen Kugel wird nach einer Rechnung durch

$$p = -T_1^1 = \frac{\alpha}{\varkappa}\,\frac{{}^3/_2\,(1-\alpha r^2)^{1/2} - {}^3/_2\,(1-\alpha a^2)^{1/2}}{{}^3/_2\,(1-\alpha a^2)^{1/2} - {}^1/_2\,(1-a r^2)^{1/2}} \tag{8}$$

gegeben, während für die Energiedichte der Ausdruck

$$T_4^4 = \frac{3\alpha}{\varkappa} \tag{9}$$

gilt.

EDDINGTON[2]) macht aber die treffende Bemerkung, daß die SCHWARZSCHILDsche Lösung sich nicht auf eine inkompressible Flüssigkeit beziehe, wie man meist dachte, da für eine solche der folgende Ausdruck

$$\varrho_0 = T = \text{const} \tag{10}$$

gilt, d. h. daß die Lagen der Teilchen vom Drucke p nicht abhängen, oder auch daß jedes Teilchen auf jenes Achsensystem bezogen wird, in dem es in Ruhe verharrt: oder schließlich einfach gesagt, ϱ_0 ist die Materiedichte. Nehmen wir nun statt ϱ_0,

$$\varrho = \varrho_0 + 3\,p = \text{const}, \tag{11}$$

wie bei SCHWARZSCHILD, d. h. die Massendichte der Materie und der Energie, die wir der Bequemlichkeit halber als effektive Dichte bezeichnen wollen. Sodann wird hier die Flüssigkeit von klassischem Standpunkte aus, bei Berücksichtigung der Materiedichte allein, kompressibel. Aus (8) ersieht man, daß p veränderlich ist. Aus (9) wegen der Konstanz von $\varrho = T_4^4$ folgt dann, daß in (11) ϱ_0 — die Massendichte der Materie — ebenso veränderlichen Charakter besitzt.

Setzten wir aber trotzdem für die Eigendichte der Materie $\varrho_0 = \text{const}$ an, so ergibt sich für die effektive Dichte ϱ mit Hinsicht auf (5) und (7)

[1]) K. SCHWARZSCHILD, 1916, S. 424.

[2]) A. S. EDDINGTON, Relativitätstheorie in math. Behandlung 1925, S. 250.

eine Anhäufung in Richtung der Peripherie. Da die Rolle der Masse der Materie und jene der Energie dieselbe ist, so wird die Stabilität des Gleichgewichts des Systems zerstört, indem ein nach dem Zentrum gerichteter Massenstrom entsteht. Es kommt also das System nur dann in stabiles Gleichgewicht, wenn eine Konstante effektive Dichte $\varrho = \text{const}$, wie bei Schwarzschild, angenommen wird. Freilich ergibt sich dann, gemäß (5), eine zu der effektiven Dichte umgekehrt proportionale Verteilung der Energiedichte der Materie ϱ_0. Wir erhalten nun ein deformiertes Kugelsystem mit veränderlicher Massendichte ϱ_0.

Für eine gewöhnliche nichtdeformierte Kugel folgt aus (5) und (7)

$$a^2 = R^2 = \frac{3}{\varkappa\,\varrho} = \frac{1}{\alpha}. \tag{12}$$

In Verbindung mit (8) ergibt sich daraus:

$$p_1 = -T_1^1 = -T_2^2 = -T_3^3 = -\frac{3\,\alpha}{\varkappa}, \tag{13}$$

d. h. der Druck ist negativ und konstant. Die Ausdrücke (13) und (9) liefern den unstabilen Fall (4).

Andererseits zeigt die Formel (8), daß nur bei $a < \sqrt{\frac{8}{9\,\alpha}}$ der Druck einen endlichen und reellen Wert hat, bei $\varrho = \text{const}$ dagegen wäre eine derartige Deformation der Kugel nötig, für die

$$a = \sqrt{\frac{8}{9\,\alpha}} \tag{14}$$

gilt. Der Druck (8) nimmt in Verbindung mit (14) für die deformierte Welt folgende Form

$$p = \frac{\alpha}{\varkappa}\,\frac{3\,(1-\alpha\,r^2)^{1/2}-1}{1-(1-\alpha\,r^2)^{1/2}} \tag{15}$$

an, d. h. er ist eine Funktion des Abstandes vom Kugelmittelpunkt. An der Grenze der deformierten Welt, also bei $r^2 = a^2 = 9/8\alpha$, erhalten wir $p = 0$; innerhalb der Welt ist p positiv und nur in deren Zentrum nimmt er einen positiven unendlichen Wert an.

Also treten in dieser geschlossenen deformierten Welt bei $\varrho = \text{const}$ positive Spannungen innerhalb der Materiemasse ϱ_0 auf. Das System ist stabil und die Spannungen sind veränderlich. Nur im Falle

$$r = \sqrt{\frac{5}{9\,\alpha}} \tag{16}$$

ergibt sich

$$p' = \frac{3\,\alpha}{\varkappa} = \frac{\lambda}{\varkappa}. \tag{17}$$

Dieses Ergebnis (17) zeigt, daß hier λ nicht durch eine ad hoc-Hypothese, sondern als Folge der Massenverteilung der Materie in einem System auftritt, wobei der Druck p' nur für den Fall (16) vermöge λ gegeben wird: sonst ist er an anderen Stellen der deformierten Welt eine veränderliche Größe. Aus (9) und (11) ergibt sich für die effektive Massendichte

$$\varrho = \text{const} = \frac{3\alpha}{\varkappa} = \frac{\lambda}{\varkappa}, \tag{18}$$

so daß also die Ausdrücke (17) und (18) zeigen, daß es gar nicht nötig ist, λ in die Feldgleichungen (1) einzuführen. In dieser deformierten Welt existiert das λ-Glied nur als Ergebnis physikalischer Grundprinzipien; nur bezüglich des Druckes variiert es von 0 bis ∞, indem es allein für den Fall (16) mit der Konstante λ zusammenfällt.

Das Linienelement des vierdimensionalen geschlossenen Kontinuums nimmt gemäß (7) in Verbindung mit (14) folgende Form an:

$$ds^2 = -\frac{dr^2}{1-\alpha r^2} - r^2(d\Theta^2 + \sin^2\Theta\, d\varphi^2) + \frac{c^2}{4}\left(1-\sqrt{1-\alpha r^2}\right)^2 dt^2. \tag{19}$$

Aus diesem Ausdruck ersieht man, daß die Zeitintervalle dt mit dem Faktor

$$\frac{1-\sqrt{1-\alpha r^2}}{2} \tag{20}$$

variieren und dies ist gerade die Halbdifferenz der Zeiten in den Welten von EINSTEIN und DE SITTER.

Gemäß (19) wird aber klar, daß die Uhrgänge in der deformierten Welt gegen das Zentrum verzögert werden, indem in einem solchen Zentralsystem für die in der Nähe des Zentrums gelegenen Punkte die Violettverschiebung der Spektrallinien oder, was dasselbe ist, der Dopplereffekt der Annäherung, überwiegt; dies aber steht im Widerspruch mit der Beobachtung.

Außerdem erscheint, wie oben betont wurde, λ in der deformierten Welt als Druck mit entgegengesetzter Tendenz, wie jene des λ in (1), da hier λ eine gravitierende, nicht aber eine abstoßende Wirkung hat.

§ 3. Während also in der Welt von DE SITTER die Einführung des λ-Gliedes in die Feldgleichungen die Erreichung des stabilen Gleichgewichts des Systems zum Ziele hat, erscheint in der oben konstruierten deformierten Welt dasselbe λ innerhalb des Systems als Ergebnis des stabilen Gleichgewichts desselben. Die erste Welt erklärt aber die systematischen Geschwindigkeiten der außergalaktischen Nebeln, die zweite Welt nicht. Es tritt die Frage auf: könnten wir nicht etwa eine geschlossene Welt konstruieren, in der λ, wie bei § 2, ohne äußere Hypothese, sondern als Folge gewisser physikalischer Vorgänge erscheint, wobei λ ähnlich wie bei der Hypothese von dem Poincaréschen Unterdruck nur auf den Druck bezogen wird, ohne auf die Masse zu wirken, da wir sonst die leere de Sittersche Welt erhalten würden.

Da in der oben konstruierten geschlossenen Welt das Zentrum reell ist, so können wir auch die Bewegungen der Himmelsysteme auf dasselbe beziehen und als Ergebnis deren kugelsymmetrische Bewegung betrachten. Freilich hat eine solche Bewegung innerhalb des Systems von de Sitter bei beliebig gewähltem Zentrum, dem nichts Reales entspricht, keinen Sinn.

In dieser Beziehung wird uns eine auf Grund und mit den Mitteln der Relativitätstheorie ausgeführte Untersuchung von H. Thirring[1]) nützlich sein, um zur Lösung des gestellten Problems zu kommen. Er stellte die Frage: Ist die neue Theorie insofern frei von den Mängeln der Newtonschen, als tatsächlich die Rotation ferner Massen gemäß ihren Gleichungen ein Gravitationsfeld erzeugt, das einem „Zentrifugalfeld" äquivalent ist? Thirring löst die Aufgabe, indem er die Komponenten $g_{\mu\nu}$ für die Umgebung des Mittelpunktes einer Hohlkugel berechnet und ferner die Bewegung eines Massenpunktes innerhalb der rotierenden Hohlkugel betrachtet. Gemäß dem in § 1 hinsichtlich der Welt von de Sitter Gesagten und im Einklang mit der Gleichung (5) können wir uns die Existenz einer fiktiven Flächenbelegung des Massenhorizonts vorstellen. Andererseits haben wir a. a. O.[2]) hervorgehoben, daß wir, um in Übereinstimmung mit den beobachteten Verschiebungen der Spektrallinien zu bleiben, annehmen müssen, daß unser galaktisches System nicht allzuweit vom Zentrum des geschlossenen metagalaktischen Systems entfernt ist. Wir kommen übrigens am Schluß auf diese Frage zurück. Schließlich kann man die Bewegung der gesamten Kugelwelt gar nicht mit berücksichtigen, da uns dazu die nötigen Anhaltspunkte an andere eventuell vorhandene geschlossene Systeme fehlen, und wenn wir also nur unsere Kugelwelt vor uns haben, so verliert der Begriff einer gesamten Drehung ihren Sinn.

Allen dem entspricht die spezielle Thirringsche Lösung

$$M \neq 0,\ \omega = 0, \tag{21}$$

wo M die Masse der Hohlkugel und ω deren Winkelgeschwindigkeit bedeuten. Aus den diesbezüglichen Schlußfolgerungen ersieht man, daß die Trägheitswirkungen eines einzelnen bewegten Körpers von der An-

[1]) H. Thirring, Phys. ZS. **19**, 33, 1918.
[2]) C. Maneff, Ann. de univ. de Sofia, fac. phys.-math. L. I. **27**, 355, 1930/31.

wesenheit der ihn umgebenden Massen beeinflußt werden, indem die Zentrifugal- und Corioliskraft mit dem Faktor

$$\left(1 + \frac{2\,k\,M}{a}\right) \tag{22}$$

multipliziert werden, worin a der Kugelradius und $k = \varkappa/8\,\pi$ die Gravitationskonstante bei einer Wahl der Lichtgeschwindigkeit zu $c = 1$ bedeuten. In absolutem Maßsystem tritt daher im Nenner des zweiten Gliedes der Gleichung (22) die Größe c^2 auf.

Ein spezielles Interesse kommt der zusätzlichen Zentrifugalkraft zu, die augenscheinlich keinen üblichen mechanischen Ursprung hat, sondern als Ergebnis der Wirkung der Hohlkugel auf den bewegten Körper auftritt. Sie ist radial gerichtet und ihr Betrag ist durch

$$F = m_0 \omega_1^2 r \frac{2\,k\,M}{a} \tag{23}$$

gegeben. G. Beck[1]) äußert sich über dieselbe in dem Sinne, daß sie trotz ihrer formalen Ähnlichkeit nicht als eine Zentrifugalkraft betrachtet werden kann, sondern als eine radiale Komponente der üblichen Newtonschen Gravitation. Dieselbe Kraft erscheint in einem statischen Felde: $g_{14} = g_{24} = g_{34} = 0$. Dies beruht auf dem Umstand, daß es in der Relativitätstheorie infolge der Äquivalenz der schweren und trägen Massen stets möglich ist, eine uniforme Rotationsbewegung durch ein zentrifugales Gravitationsfeld zu ersetzen. Und da die Rotationsbewegungen der Himmelskörper in ihrer Gesamtheit wenig von dem Kreisfall verschieden sind, so wird der stationäre Fall hier in einen statischen umgewandelt. Außerdem genügen für ähnliche Fälle die Gleichungen des stationären Systems der allgemeinen Kovarianzforderung[2]).

Wenn wir den Thirringschen Faktor $2\,kM/a$ gemäß unserem Problem umformen, indem wir darin den Massenwert $M = {}^4/_3\,\pi\,\varrho_0 a^3$ einsetzen, obwohl die Masse nur eine fiktive Belegung hat, so erhalten wir mit Rücksicht auf (12) in absolutem Maßsystem

$$\frac{2\,k\,M}{a\,c^2} = 1. \tag{24}$$

Um die Welt gleichmäßig mit konstanter Massendichte ϱ_0 füllen zu können, ist noch

$$\omega_1^2 r = \frac{v^2}{r} = \text{const} \tag{25}$$

erforderlich, d. h. die Konstanz der zentrifugalen Beschleunigung. Damit das System sich in einem stabilen und nicht deformierten Zustande befindet,

[1]) H. Geiger u. K. Scheel, Handb. d. Phys. 4, 387, 1929.
[2]) A. Einstein, Vier Vorlesungen über Relativitätstheorie 1921, S. 66.

muß der zentrifugale Druck überall den vom kosmischen Felde herrührenden negativen Druck kompensieren. Dies ist wohl möglich, da beide Drucke von den aus den Feldgleichungen gewonnenen $g_{\mu\nu}$ abhängen.

Also müssen wir aus der Formel (8) den Wert von p vor der Deformation aufsuchen, d. h. den Grenzwert $a^2 = 1/\alpha$. Sodann ergibt sich für p der konstante Wert

$$p = -\frac{3\alpha}{\varkappa}. \tag{26}$$

Nehmen wir die Ergebnisse von Hubble, daß die extra-galaktischen Nebel gleichmäßig über den Raum verteilt sind[1]), so ist dann $\varrho_0 = \text{const}$ und aus (25), (26) folgt nach Berechnung des in absolutem System ausgedrückten Wertes des p und Gleichsetzen der absoluten Werte der beiden Drucke — des zentrifugalen und des kosmischen p — die folgende Formel:

$$\frac{v^2}{r} = \varrho_0 c^2. \tag{27}$$

Wenn wir wieder mit Hubble[2]) für ϱ_0 — die mittlere Weltmassendichte — den Wert 10^{-31} zulassen und die Geschwindigkeit des Sonnensystems in Richtung $\alpha = 315^0$ und $\delta = 62^0$, welche 300 km/sec beträgt, in Rechnung setzen, so können wir r — den Abstand vom Zentrum der geschlossenen Welt — nach

$$r = \frac{v^2}{\varrho_0 c^2} = 10^{25} \tag{28}$$

bestimmen. Nehmen wir aber die obere de Sitterschen Grenze $\varrho_0 = 10^{-23}$, so erhalten wir

$$r = 10^{17}\ \text{cm}. \tag{29}$$

Freilich ist die Schwankung der Dichte innerhalb des Intervalls 10^8 zu groß, um uns ein genaueres Ergebnis zu liefern: besonders führt (29) zu einem unsinnigen Resultat, da der fragliche Abstand kaum 0,1 Lichtjahr beträgt. Wir können aber mit (27) umgekehrt verfahren. Wie wir bald sehen werden, befindet sich der Andromeda-Nebel dem Zentrum des metagalaktischen Systems am nächsten; aus der Entfernung dieses Nebels von unserem Sonnensystem läßt sich die mittlere Massendichte der geschlossenen Welt bestimmen. In der Tat berücksichtigen wir die Beobachtungen von Hubble[3]), daß die Entfernung der Andromeda-Nebel rund 800000 Lichtjahre beträgt, so ergibt sich in Verbindung mit (27) für ϱ_0 ein etwas größerer Wert als der von Hubble, nämlich $1{,}3 \cdot 10^{-30}$.

[1]) A. Einstein, Berl. Ber. 1931, S. 235.
[2]) E. Hubble, Astrophys. Journ. **64**, 321, 1926.
[3]) J. Jeans, Nature **5**, 128, 825, 1931.

Bezüglich des Linienelements ds^2 kann man für diesen Fall ebenso von dem Grenzwert $r^2 = a^2$ der Gleichung (7) ausgehen. Sodann erhalten wir genau das Linienelement von DE SITTER (3). Nach unserer Betrachtungsweise kann ein äußeres Gravitationsfeld in der geschlossenen Welt bestehen, welches durch die um das Zentrum angehäuften Massen entstanden ist. Da für die Felder das Superpositionsprinzip gilt, so nimmt das Linienelement die endgültige Form an:

$$ds^2 = -\frac{dr^2}{1-\alpha r^2-\frac{\beta}{r}} - r^2(d\Theta^2+\sin^2\Theta\, d\varphi^2) + c^2\left(1-\alpha r^2-\frac{\beta}{r}\right)dt^2. \quad (30)$$

Es wäre interessant, unser Linienelement ohne die Zentralwirkung, d. h. ohne den Zusatzfaktor β/r in (30), mit dem DE SITTERschen Linienelement zu vergleichen. Wenn man das letztere Element, welches durch (3) gegeben ist, vermöge der Transformation $r = R\psi$ umformt, so wird sich nach Ersetzung der R^2 und $\cos^2\psi$ dasselbe Linienelement wie das unsere ergeben, nur mit dem Unterschied, daß in dem Faktor $(1-\alpha r^2)$ statt α die Größe $\lambda/3$ steht. Verfolgen wir aber die Integration der DE SITTERschen Gleichungen, so können wir leicht ersehen, daß außer dem Gliede $-\frac{\lambda}{3}r^2$ noch das Glied $-\beta/r$ auftritt; wenn es sich jedoch um Erforschung der großen Werte der Veränderlichen r handelt, so wird das zweite Glied vernachlässigt. Diese Näherung scheint aber unbegründet zu sein, wenn die Konstante β von der Größenordnung r^3 wäre, was ja nach den physikalischen Bedingungen der Aufgabe zulässig ist. Gerade dieser Umstand zeigt, daß die Gleichungen der Relativitätstheorie nicht nur mit einem scheinbaren Zentrum, wie im Falle der DE SITTERschen Auffassung, sondern auch mit einem reellen Zentrum verträglich sind, in dessen Umgebung ungeheure Dunkelmassen konzentriert sind. Auf die Existenz dieses Zentrums weisen die Beobachtungen hin.

Die Beobachtungen von V. M. SLIPHER[1]) zeigen, daß von 41 Spiralnebeln 36 eine Abwanderung, aber 5, unter denen der große Andromeda-Nebel sich befindet, eine Annäherung bzw. eine Violettverschiebung der Spektrallinien aufweisen. Diese Violettverschiebung kann keinesfalls durch die Theorie von DE SITTER erklärt werden, da gemäß dieser Theorie der Beobachter stets im Ursprung des Koordinatensystems ist; die systematischen Geschwindigkeiten der Nebel sind für ihn nur solche einer radialen Entfernung. Aber in einem Zentralsystem, wie dem oben geschilderten, bietet diese Beobachtung der Erklärung keine Schwierigkeiten dar. Nach

[1]) A. S. EDDINGTON, Relativitätstheorie in math. Behandlung 1925, S. 238.

EDDINGTON[1]) können die beiden Nebel N. G. C. 221 und 224 als ein gemeinsames System (das eine ist der große Andromeda-Nebel) betrachtet werden. Diese sind die größten auf uns zu bewegten Nebel mit der größten Geschwindigkeit der Annäherung von 300 km/sec. Wenn wir außerdem die ungeheuren Dunkelmassen „der Kohlensäcke", welche relativ zu diesen Nebeln riesenhafte Ausdehnung haben, mitberücksichtigen, so wäre es durchaus denkbar, daß sich dies System mit seinen ungeheuren Dunkelmassen gerade im Zentrum unseres geschlossenen metagalaktischen Systems befände.

Die Violettverschiebung dieser Nebel läßt sich dann durch die relative Bewegung unseres Sonnensystems mit der Geschwindigkeit von 300 km/sec gegenüber diesem Zentrum erklären. Diese Geschwindigkeit fällt mit der früher erwähnten, in die Richtung $\alpha = 315^0$ und $\delta = 62^0$ zeigenden Geschwindigkeit zusammen, die aus anderen Beobachtungen bestimmt worden ist.

Aus (5) ersieht man, daß die Lichtstrahlung, ähnlich wie die übrigen Massen, nicht imstande ist, das geschlossene System zu verlassen. Die Gravitation verhindert also die Dissipation unseres metagalaktischen Systems; gleichzeitig ist es aber unmöglich, durch Lichtsignale Nachrichten aus anderen ebenso möglichen metagalaktischen Systemen des Universums zu erhalten.

Zum Schluß betonen wir wiederholt, daß die Stabilität einer geschlossenen Kugelwelt nicht unbedingt mit der Postulierung eines λ-Gliedes in den Gleichnungen (1) verbunden ist. Dazu wären die gewöhnlichen Gleichungen der Relativitätstheorie hinreichend, wenn man sie auf ein System mit reellem Zentrum bezieht. Sodann tritt aber bei den vorhandenen kugelsymmetrischen Bewegungen ein zentrifugaler Druck auf, der seinen Ursprung in den Gleichungen des Gravitationsfeldes hat. Er besitzt abstoßenden Charakter, wodurch der im System entstandene Druck (13) kompensiert wird, so daß obiges System sich in einem quasistatischen stabilen Gleichgewicht befindet. Das metagalaktische System selbst ist, wie man aus (4) ersieht, nicht leer und aus dem Linienelement (30) folgt die Konstanz der Krümmung. Schließlich erklärt das Linienelement (30) in Verbindung mit dem reellen Zentrum nicht nur die systematischen Geschwindigkeiten der Entfernung der außergalaktischen Nebel, sondern auch jene der Annäherung, welche bis jetzt bei fünf Nebeln beobachtet wurden.

Sofia, Physikalisches Institut der Universität.

[1]) A. S. EDDINGTON, l. c. S. 238.